



a) $\text{sen}(3\alpha) = 3\text{sen}\alpha - 4\text{sen}^3\alpha$

b) $\text{cos}(3\alpha) = 4\text{cos}^3\alpha - 3\text{cos}\alpha$

21) Hallar el valor de las siguientes expresiones:

a) $\text{sen}\frac{\pi}{12}\text{cos}\frac{7\pi}{12} - \text{cos}\frac{\pi}{12}\text{sen}\frac{7\pi}{12}$

b) $\text{cos}\frac{\pi}{12}\text{cos}\frac{5\pi}{12} + \text{sen}\frac{\pi}{12}\text{sen}\frac{5\pi}{12}$

c) $\text{cos}\frac{5\pi}{12}\text{cos}\frac{7\pi}{12} - \text{sen}\frac{5\pi}{12}\text{sen}\frac{7\pi}{12}$

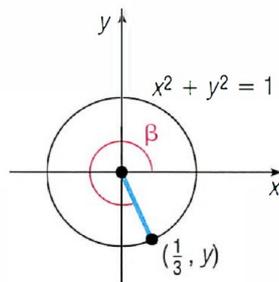
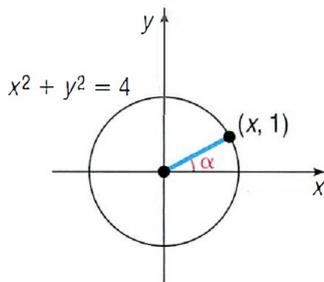
d) $\text{sen}\frac{\pi}{18}\text{cos}\frac{5\pi}{18} + \text{cos}\frac{\pi}{18}\text{sen}\frac{5\pi}{18}$

22) En un circuito de corriente alterna la potencia instantánea p como función del tiempo t viene dada por:

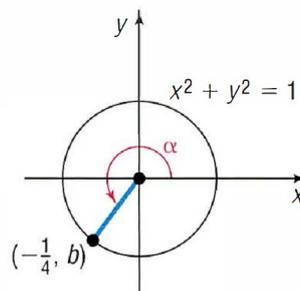
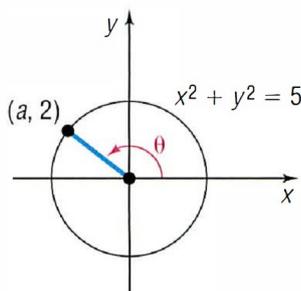
$$p(t) = V_m I_m \cos\phi \text{sen}^2(\omega t) - V_m I_m \text{sen}\phi \text{sen}(\omega t) \text{cos}(\omega t)$$

Demostrar que esta expresión de la potencia es equivalente a:

$$p(t) = V_m I_m \text{sen}(\omega t) \text{sen}(\omega t - \phi)$$

23) Siendo $f(x) = \text{sen}x$, $g(x) = \text{cos}x$, y $h(x) = \text{tg}x$, usar la siguiente figura para evaluar:

- a) $f(\alpha + \beta)$ b) $g(\alpha + \beta)$ c) $g(\alpha - \beta)$
 d) $f(\alpha - \beta)$ e) $h(\alpha + \beta)$ f) $h(\alpha - \beta)$

24) Siendo $f(x) = \text{sen}x$, $g(x) = \text{cos}x$, y $h(x) = \text{tg}x$, usar la siguiente figura para evaluar:

- a) $f(2\theta)$ b) $g(2\theta)$ c) $g\left(\frac{\theta}{2}\right)$ d) $f\left(\frac{\theta}{2}\right)$
 e) $h(2\theta)$ e) $h\left(\frac{\theta}{2}\right)$ f) $g(2\alpha)$ g) $f(2\alpha)$
 h) $f\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ i) $g\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ j) $h\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ k) $h(2\alpha)$

25) Si $A + B = \pi/2$ ¿Quién es mayor $\text{sen}A + \text{sen}B$ o $\text{cos}A + \text{cos}B$? Razonar la respuesta.26) Si A , B y C son los tres ángulos de un triángulo cualquiera, demostrar que:

$$\text{tg}A + \text{tg}B + \text{tg}C = \text{tg}A \cdot \text{tg}B \cdot \text{tg}C$$

27) Demostrar que si A y B son dos ángulos de un triángulo y se cumple que $\text{sen}(A - B) = \text{sen}(A + B)$ entonces el triángulo es rectángulo.28) Demostrar que si A , B y C son los tres ángulos de un triángulo cualquiera se cumple que:

$$\frac{\text{cos}(A - B) - \text{cos}C}{2\text{cos}A} = \text{cos}B$$

29) Hallar el dominio de la función $f(x) = \frac{\text{sen}x}{1 + \text{cos}2x}$.

30) Resolver las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) $\text{sen}2x = \text{cos}x$

b) $\text{sen}x \cdot \text{cos}x = 1/2$

c) $6\text{cos}^2x + \text{cos}2x = 5$

d) $\text{cos}2x + 3\text{sen}x = 2$

e) $3\text{cos}x + 3 = 2\text{sen}^2x$

f) $3 + \text{cos}2x = 5\text{cos}x$

g) $\text{cos}x \cdot \text{cos}2x + \text{cos}^2x = 0$

h) $2\text{sen}^2x + \text{cos}^2x = 1,5$

i) $\text{tg}x \cdot \text{tg}2x = 1$

j) $\text{cos}2x = 1 + 4\text{sen}x$

k) $\text{cos}5x - \text{cos}x = 0$

l) $\text{sen}^2x + \text{cos}^2x = 2$

m) $\text{cos}2x + \text{cos}4x = 0$

n) $\text{cos}4x - \text{cos}6x = 0$

ñ) $\text{sen}x - 2\text{cos}2x = -1/2$

o) $\text{sen}x + \text{sen}7x = 0$

p) $\text{cos}2x + 2\text{sen}x = 1$

q) $\text{cos}x - \text{sen}x = \text{cos}3x$

r) $2\text{cos}x + 4\text{sen}\frac{x}{2} = 3$

s) $\frac{\text{cos}(x + 30^\circ)}{\text{sen}(x + 30^\circ)} = 1$

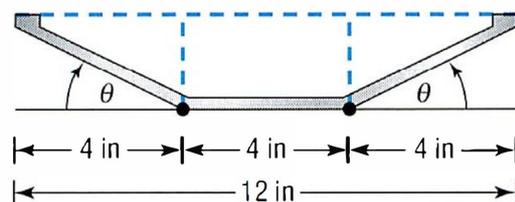
t) $\text{cos}2x - \text{cos}6x = \text{sen}5x + \text{sen}3x$

u) $\text{sen}x + \text{sen}3x = \text{cos}2x + \text{cos}4x$

v) $\text{cos}8x + \text{cos}6x = 2\text{cos}210^\circ \text{cos}x$

31) Un rail de forma acanalada es construido con láminas de aluminio de 12 pulgadas (inches) de anchura. Después de marcar una distancia de 4 pulgadas en cada extremo, la lámina es doblada y levantada un ángulo θ como se muestra en la figura. El área A de la apertura es una función de θ dada por la expresión:

$$A = 16 \text{sen}\theta (\text{cos}\theta + 1), \quad 0^\circ < \theta < 90^\circ$$

a) Los cálculos necesarios para hallar el ángulo θ que hace máxima esta área requieren resolver la ecuación $\text{cos}2\theta + \text{cos}\theta = 0$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$

Resolver dicha ecuación haciendo uso de las fórmulas del ángulo doble.

b) Resolver la ecuación anterior escribiendo la suma de los dos cosenos como un producto.

c) ¿Cuál es el valor máximo de A para la apertura?