



EJERCICIOS DE DERIVADAS Y SUS APLICACIONES.

1. Aplicando la definición, calcula las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = x^2 + 2$

b) $g(x) = \sqrt{x-1}$

c) $h(x) = 3x^2 + 1$

2. Dada la parábola $y = x^2 + x + 1$, hallar la pendiente de la recta tangente en el punto de abscisa $x = 2$.

3. Halla la ecuación de la tangente a las curvas en los puntos que se indican:

a) $y = 3x^2 + 8$ en $P = (1, 11)$

b) $y = x^4 - 1$ en $Q = (0, -1)$

c) $y = 2x^5 + 4$ en $R = (-1, 2)$

4. ¿En qué punto de la gráfica de la función $y = x^2 - 6x + 8$ la tangente es paralela al eje de abscisas. ¿Qué nombre recibe ese punto?

5. ¿En qué punto de la gráfica de la función $y = x^2 - 6x + 8$ la tangente es paralela a la bisectriz del primer cuadrante?

6. Determina los puntos de la curva $y = x^3 + 9x^2 + 15$ en los cuales la tangente es paralela a la recta $y = 12x + 5$.

7. Se considera una función f definida en un entorno de $x = 3$. Sabiendo que la recta $y = 5x - 13$ es tangente a la gráfica de f en el punto $(3, f(3))$, hallar $f(3)$ y $f'(3)$.

8. Calcula la derivada de $f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$.

9. Dada la función $f(x) = \frac{cx}{x+1}$, hallar la constante c , sabiendo que la derivada $f'(2) = 2$.

10. Dada $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, hallar la ecuación de la recta tangente a su gráfica en el punto $x = 4$.

11. La recta $y = 2x - 7$ es tangente a la gráfica de la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ en el punto de abscisa $x = 1$. Calcula a y b .

12. Sea C la curva de ecuación $y = \frac{bx-1}{bx+1}$. La recta $y = 6x + a$ es tangente a C en $x = 0$. Hallar a y b .

13. ¿En qué puntos de la curva $y = 3x^4 - 4x^3 - 36x^2 + 7$ la tangente es paralela al eje de abscisas?

14. Sea la función $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq -1 \\ |x| & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) Representa gráficamente f .
b) Estudia la continuidad y derivabilidad

15. Sea la función $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 1-x & \text{si } x \leq 0 \\ e^x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- a) Representa gráficamente f .
b) Estudia la continuidad y derivabilidad

16. Sea C la curva $y = \frac{x-4}{x-2}$. Compruébese que las tangentes en los puntos de intersección con los ejes de coordenadas son paralelas.

17. Calcula la función derivada de las siguientes funciones, simplificando al máximo sus expresiones:

1. $y = 3x^4 - 2x^2 + 5$

18. $y = \frac{e^x + 2}{e^x - 2}$

35. $y = (1 + x + x^2)^5$

2. $y = \frac{2x^2}{3} + \frac{4x}{5} - \frac{1}{3}$

19. $y = 2^x x$

36. $y = \frac{1}{(x^2 - 1)^4}$

3. $y = \frac{1}{4} - \frac{1}{3}x + x^2 - 3x^3$

20. $y = 3^x \ln x$

37. $y = \frac{1}{1-x} + \frac{2}{(x-1)^2} + \frac{3}{(x-1)^3}$

4. $y = 2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$

21. $y = \frac{\ln x}{x^3}$

38. $y = \sqrt{1-x^2}$

5. $y = x^2 \sqrt{x^3}$

22. $y = \frac{x}{\ln x}$

39. $y = \operatorname{sen} x^2$

6. $y = 1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}$

23. $y = \frac{1}{x} + 2\ln x - \frac{\ln x}{x}$

40. $y = \sqrt[3]{2+5x^2}$

7. $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{3}{x\sqrt{x}}$

24. $y = x \operatorname{sen} x$

41. $y = (5 - 3\cos x)^4$

8. $y = \frac{3x}{3x-1}$

25. $y = e^x \cos x$

42. $y = \frac{1}{\operatorname{artg} x}$

9. $y = \frac{2x+1}{2x-1}$

26. $y = \operatorname{artg} x + \operatorname{arcotg} x$

43. $y = \operatorname{sen} x + \operatorname{sen}^2 x + \operatorname{sen}^3 x$

10. $y = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$

27. $y = x \operatorname{arsen} x$

44. $y = \sqrt{xe^x + x}$

11. $y = \frac{x^2}{5x+2}$

28. $y = \frac{\operatorname{arcos} x}{x}$

45. $y = \sqrt[3]{2^x + x}$

12. $y = \frac{3x}{x-1} + \frac{2x}{x^2-1}$

29. $y = (1+x^2) \operatorname{artg} x - x$

46. $y = \frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x}$

13. $y = x^7 \cdot e^x$

30. $y = 2x \operatorname{sen} x - (x^2 - 2) \cos x$

47. $y = \ln(\operatorname{sen} x)$

14. $y = (x^2 - x + 1) \cdot e^x$

31. $y = e^x \cos x \operatorname{sen} x$

48. $y = \operatorname{tg} \sqrt{x}$

15. $y = \frac{e^x}{x}$

32. $y = \operatorname{tg} x - \operatorname{cotg} x$

49. $y = \ln \sqrt{\operatorname{sen} 2x}$

16. $y = \frac{x^3}{e^x}$

33. $y = x \ln x \cos x$

50. $y = \sqrt{\frac{1 - \operatorname{sen} x}{1 + \operatorname{sen} x}}$

17. $y = (1 + 3x^4)^5$

34. $y = \frac{x^2 e^x}{\ln x}$

51. $y = \operatorname{artg} \frac{1+x}{1-x}$