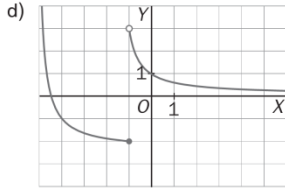
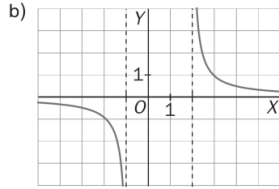
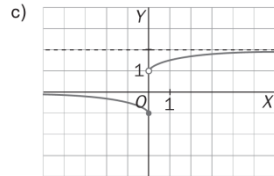
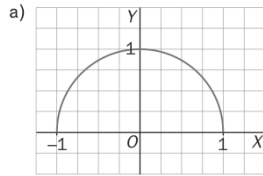


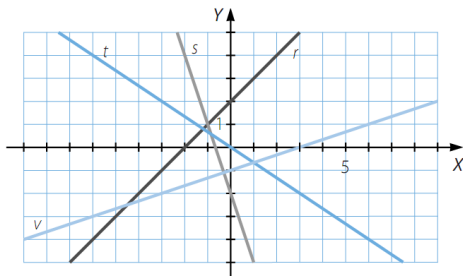
**1)** Halla el dominio y recorrido de las funciones cuya gráfica se muestra a continuación:



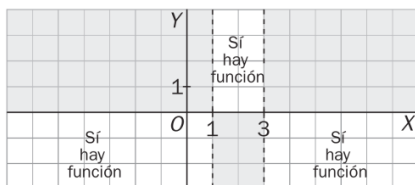
**2)** Halla el dominio de las siguientes funciones:

a)  $y = \frac{x-2}{x^2-x}$     b)  $y = \sqrt{2x^3+5x^2}-\sqrt{8}$     c)  $y = \frac{x+1}{x^2+4}$   
d)  $y = \sqrt{x+5}$     e)  $y = \frac{x^2+1}{x^3-x^2+x-1}$     f)  $y = \sqrt[3]{x-5}$   
g)  $y = \sqrt{\frac{x}{x+1}}$     h)  $y = \sqrt{2x^2-5x+2}$     i)  $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-3}$   
j)  $y = \sqrt{x} + \sqrt{x+1}$     k)  $y = \sqrt{\frac{x^2-4x+3}{x^2-4}}$   
l)  $y = \sqrt{|x+5|-3}$     m)  $y = \frac{2+\sqrt{x}}{x^2-4}$

**3)** Escribe la expresión algebraica de las funciones representadas e indica su pendiente y ordenada en el origen:



**4)** Escribe la expresión analítica  $y = f(x)$  de una función que cumpla lo señalado en la siguiente gráfica:



**5)** Representar gráficamente las siguientes funciones:

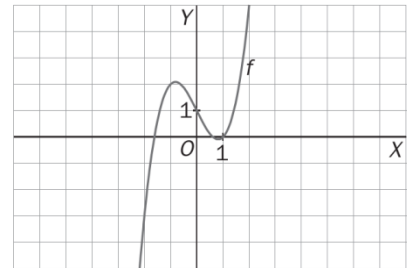
$y = 1$      $y = -3$      $\sqrt{3}y = \sqrt{6}$   
 $y = -x$      $y = 4x$      $y = 3x - 1$   
 $y = -\frac{2}{3}x$      $y = \frac{3}{4}x - 3$      $y = \frac{2}{5}(x - 3)$   
 $y = x^2 - 1$      $y = x^2 + 6x$      $y = x^2 - 4x + 3$   
 $y = x^2 - 4x + 4$      $y = 2x^2 + 4x + 8$      $y = -x^2 + 4x$   
 $y = x^2 - 6x + 8$      $y = (x+2)(x-3)$      $y = -x^2 + 3x - 12$

**6)** Representa gráficamente las siguientes funciones:

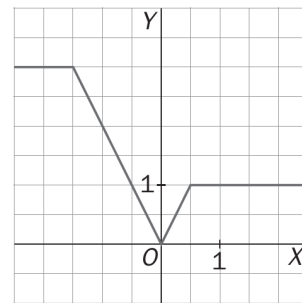
a)  $y = \begin{cases} 1-x & \text{si } x \leq 1 \\ x^2 - 2x & \text{si } x > 1 \end{cases}$     b)  $y = \begin{cases} x+2 & \text{si } x \leq -1 \\ -x & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ 3x-4 & \text{si } 1 < x \end{cases}$   
c)  $y = \begin{cases} x-2 & \text{si } x < 0 \\ 3x-2 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ -2x+8 & \text{si } 2 \leq x \end{cases}$     d)  $y = \begin{cases} 1 & \text{si } -3 < x \leq -1 \\ x^2 & \text{si } -1 < x < 2 \\ 2 & \text{si } x = 2 \\ 9-3x & \text{si } 2 < x < 4 \end{cases}$

**7)** A partir de la gráfica de  $f$ , esboza las gráficas de las siguientes funciones:

a)  $f(x) + 2$   
b)  $f(x) - 1$   
c)  $f(x + 4)$   
d)  $f(-x)$   
e)  $-f(x)$   
f)  $2 - f(x)$   
g)  $-f(x - 1)$



**8)** Encuentra la expresión analítica de la función cuya gráfica se muestra a continuación:



**9)** Demostrar que los puntos  $(-84, -14)$ ,  $(21, 1)$  y  $(98, 12)$  pertenecen a la misma recta.

**10)** Halla la recta de interpolación lineal correspondiente a los datos  $(10, 45)$  y  $(20, 57)$ .

Determina con ella el valor correspondiente a estos valores:

a)  $x = 13$     b)  $x = 16$     c)  $x = 22$

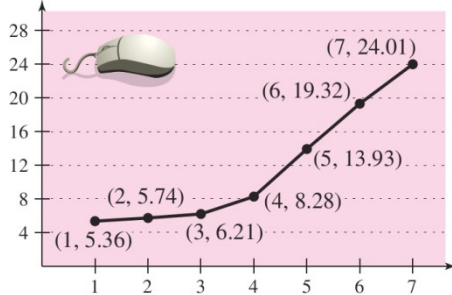
**11)** En los países anglosajones se utiliza una escala de temperaturas diferente de la centígrada o Celsius: la Farenheit. Las temperaturas en ambas escalas se relacionan según una sencilla fórmula lineal:

$$C(F) = \frac{5}{9}(F - 32)$$

a) ¿Cuántos grados Celsius son 41 grados Farenheit?  
b) ¿Cuántos grados Farenheit son  $-3^\circ C$ ?  
c) ¿A qué temperaturas se produce la congelación y ebullición del agua en la escala Farenheit?  
d) Representa la gráfica de la función  $C(F)$  calculando previamente sus puntos de corte con los ejes.  
e) Halla la función que nos permite hacer el cambio contrario, de Celsius a Farenheit y represéntala sobre los mismos ejes. ¿Observas alguna relación entre ambas gráficas?

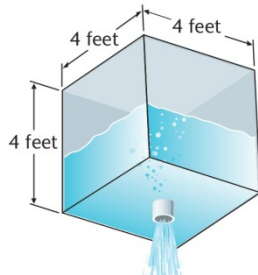
**12)** En el gráfico de un puerto de montaña que tiene una pendiente aproximadamente constante, aparece que en el kilómetro 5 la altura sobre el nivel del mar es de 1200 m, y en el kilómetro 13, de 2100 m. Calcula por interpolación la altura en el kilómetro 10.

**13)** La siguiente gráfica muestra las ventas de la empresa Apple Inc. (en miles de millones de dólares) entre los años 2001 y 2007.



- Hallar la pendiente de cada una de los segmentos para determinar los años en que se produjo el mayor y menor aumento de ventas.
- Halla la pendiente del segmento que une los puntos para los años 2001 y 2007.
- Interpretar el significado de la pendiente del apartado anterior en el contexto del problema.

**14)** Un tanque cúbico de 4 pies (feet) de arista está inicialmente lleno de agua. El agua fluye hacia afuera por una apertura en el fondo del tanque a un ritmo proporcional al cuadrado de la profundidad. Usando conceptos matemáticos y físicos, puede demostrarse que el volumen de agua en el tanque  $t$  minutos después de que el agua empiece a fluir viene dada por:

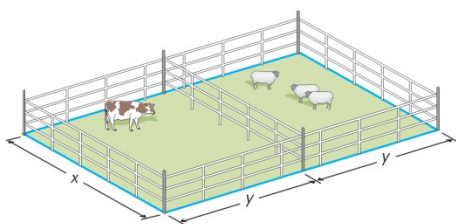


$$V(t) = \frac{64}{C^2} (C - t)^2 \quad 0 \leq t \leq C$$

Donde  $C$  es una constante que depende del tamaño de la apertura.

Representar gráficamente la función  $y = V(t)$  para  $C = 2$  y para  $C = 8$ .

**15)** Un granjero dispone de 120 m de valla para la construcción de dos cercados idénticos rectangulares con un lado común, tal y como se muestra en la figura:



- Expresar el área  $A(x)$  encerrada por ambos cercados en función de la anchura  $x$ .
- ¿Cuál será el dominio de la función  $A(x)$ ?
- Para qué valor de  $x$  el área encerrada será máxima?

**16)** La altura (en decímetros) que alcanza una pelota de tenis tras un lanzamiento viene dada por la expresión:

$$y = -\frac{16}{2025}x^2 + \frac{9}{5}x + 1,5$$

Donde  $x$  es la distancia horizontal medida desde el punto de lanzamiento.

- ¿Desde qué altura ha sido lanzada la pelota?
- ¿Cuál es la máxima altura que alcanza?
- ¿Cuál es la longitud del lanzamiento?

**17)** Los ingresos  $I$  obtenidos por una empresa de producción de videojuegos vienen dados por la expresión

$$I(p) = -12p^2 + 150p$$

Donde  $p$  es el precio por unidad (en euros).

- Hallar el beneficio cuando el precio por unidad es de 20 €, 25 € y 30 €.
- Hallar el precio unitario para el cual se produce el máximo beneficio y calcular dicho beneficio.

**18)** Una empresa comprueba que si vende  $x$  unidades de un producto por día, entonces el precio de mercado es:

$$p(x) = 100 - 0,05x \quad \text{con } 250 \leq x \leq 800$$

El coste de operación de la empresa es de 4000 € por día, y el coste de producción cuando se producen  $x$  unidades es:

$$c(x) = 60 - 0,01x \quad \text{euros por unidad.}$$

Determinar el número de unidades que deben producirse cada día para maximizar el beneficio, y hallar dicho máximo beneficio.

**19)** El departamento comercial de Casio ha comprobado que cuando cierto modelo de calculadora se vende a un precio de  $p$  euros por unidad, el número  $x$  de calculadoras vendidas viene dada por la ecuación de demanda

$$x = 21000 - 150p$$

- Hallar la función  $I$  que expresa los ingresos en función del precio  $p$ .
- ¿Cuál es el dominio de  $I$ .
- ¿Qué precio unitario debe aplicarse para maximizar los ingresos?
- Si se aplica dicho precio, ¿cuáles serían los ingresos?
- ¿Cuántas unidades se venderán a ese precio?
- Realizar la gráfica de  $I$ .
- ¿A qué precio se deben vender las calculadoras para que Casio recaude 675.000 €?

**20)** Una granja de caracoles ha ajustado sus gastos de producción por  $x$  kilogramos de caracoles según la función

$$G(x) = 2000 + \frac{x^3}{200.000}$$

Sus ingresos se rigen por la fórmula:

$$I(x) = 8.000 + 2x - \frac{1}{1.000}x^2 + \frac{x^3}{200.000}$$

Averigua el número de kilogramos de caracoles con el que se obtiene el beneficio máximo.

**21)** Representar las siguientes funciones obteniendo para ello sus correspondientes asíntotas y puntos de corte con los ejes, así como una tabla de valores:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } y = \frac{2}{x-1} & \text{b) } y = \frac{5x}{x-1} & \text{c) } y = \frac{5+x}{5-x} \\ \text{d) } y = \frac{3-7x}{3+2x} & \text{e) } y = \frac{x-1}{x-4} & \text{f) } y = -\frac{x+2}{x+4} \\ \text{g) } y = 1 - \frac{2}{x-7} & \text{h) } y = \frac{7+2x}{2+x} & \text{i) } y = \frac{-1}{x+4} \end{array}$$

**22)** Dibuja la gráfica de las siguientes funciones y halla su dominio y recorrido.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y = \sqrt{x-2} - 1 & \text{b) } y = -\sqrt{x+1} + 3 \\ \text{c) } y = -2\sqrt{x} & \text{d) } y = \sqrt{-x} + 2 \end{array}$$

**23)** Realiza la gráfica de las siguientes funciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } y = |2x - 6| & \text{b) } y = |-x^2 + 4| \\ \text{c) } y = |x^2 - x - 6| & \text{d) } y = \left| \frac{4}{x} \right| \end{array}$$

**24)** Representa gráficamente las siguientes funciones definidas a trozos:

$$\text{a) } y = \begin{cases} 4 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 & \text{si } -2 < x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad \text{c) } y = \begin{cases} |x^2 + 3x| & \text{si } x < -1 \\ -4 & \text{si } -2 < x < 3 \\ -x + 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } y = \begin{cases} 3x - 2 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2 - 4 & \text{si } -2 < x < 3 \\ \frac{2}{x-1} & \text{si } x \geq 3 \end{cases} \quad \text{d) } y = \begin{cases} 3x - 3 & \text{si } 2 \geq x \\ \frac{2}{x} & \text{si } 2 < x < 4 \\ -x + 6 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

**25)** En un proyecto piloto, un municipio rural adquiere contenedores de reciclaje para separar y almacenar los productos reciclables. El coste  $C$  en euros de proporcionar contenedores al  $p\%$  de la población viene dado por:

$$C = \frac{25.000p}{100-p}, \quad 0 \leq p < 100$$

- Encontrar el coste resultante de suministrar contenedores al 15%, 50% y 90% de la población.
- Representar gráficamente la función coste.
- De acuerdo a este modelo, ¿sería posible suministrar contenedores al 100% de la población? Justificarlo.

**26)** Un globo esférico es inflado de modo que el radio del mismo (en cm) al cabo de  $t$  segundos es:

$$r(t) = 3\sqrt{t} + 5, \quad 0 \leq t \leq 4$$

- ¿Cuál es el volumen final del globo?
- Representa gráficamente la función  $r(t)$ .

c) Obtener la expresión que permite obtener, en función del tiempo, el área total de la superficie del globo y haz su representación gráfica.

**27)** Un organismo de protección de la naturaleza introduce 100 ejemplares de ciervo en una zona despoblada. La población  $N$  de la manada sigue el siguiente modelo:

$$N = \frac{20(5+3t)}{1+0,04t}, \quad t > 0$$

Donde  $t$  es el tiempo en años.

- Halla la población cuando  $t = 5$ ,  $t = 10$  y  $t = 25$ .
- Representar gráficamente la función.
- ¿Cuál es el tamaño límite de la población cuando el tiempo aumenta?

**28)** Una empresa produce ratones inalámbricos para portátiles. Atendiendo a los gastos de puesta en marcha de la maquinaria, al salario de sus trabajadores y a otros factores, se ha llegado a la conclusión de que producir  $p$  ratones tiene un coste total, en céntimos de euros, de:

$$C(p) = 10p + 100.000$$

- Encuentra la expresión de la función  $C_m$  que nos da el coste unitario medio de un ratón al fabricar  $p$  unidades.
- Escoge una escala adecuada y representa la función  $C_m$ .
- Calcula  $C_m(10)$  y  $C_m(1000)$ . ¿A qué se debe que haya tanta diferencia entre un coste y otro?

**29)** El número de alumnos afectados por una epidemia se obtiene a partir de la función:

$$f(t) = \frac{30t}{t+2}$$

Siendo  $t$  el número de días transcurridos desde el inicio de la epidemia.

- ¿Cuántos afectados hubo el primer día?
- ¿En qué momento el número de afectados fue 15?
- Representar la función razonando previamente cual deberá ser el dominio de la misma.

**30)** Un parque natural ha tenido durante el verano pasado más visitantes de los esperados, por lo que el servicio de limpieza ordinario no ha podido retirar la suciedad que la masiva afluencia de público ha generado. Llegado el otoño, los gestores del parque se plantean hacer una inversión extraordinaria para eliminar la suciedad acumulada. El coste de eliminar el  $p\%$  de estos restos es:

$$C(p) = \frac{16p}{110-p}$$

- Sin hacer ningún cálculo, indica si esta función es creciente o decreciente.
- Calcula cuánto costaría no eliminar ningún residuo, eliminar el 50% y eliminarlos todos.
- ¿Para qué puntos del dominio de  $C$  interesa en la práctica estudiar esta función? ¿Qué valores toma  $C$  en esos puntos de su dominio?
- Dibuja la gráfica de la función  $C$ .
- ¿Qué proporción de suciedad acumulada se podrá eliminar si se aprueba una partida extraordinaria de 100.000 € destinada a tal fin.